

1B.SM	<u>Mathématique</u> Contrôle 1	 Anisse Groupe scolaire
semestre 1	05/10/2018	Lycée Anisse

Durée : 2h

Exercice 1 (5 Points)

Donner la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes puis écrire sa négation :

1. $P_1: (\forall x \in [1,4]): x^2 - 5x + 4 < 0$

1pt

2. $P_2: (\exists n \in \mathbb{N}): n^2 + 6n - 5$

1pts

3. $P_3: (\forall x > 0): x + \frac{16}{x} > 8$

1pts

4. $P_4: (\forall x \in \mathbb{R}^*) (\exists y \in \mathbb{R}^*): \frac{x}{5+x} - \frac{y}{5+y} \Rightarrow x - y$

1pts

5. $P_5: (\forall n \in \mathbb{N}): \sqrt{n^2 + 4n + 7} \notin \mathbb{N}$

1pts

Exercice 2 (11.5 Points)

1. Montrer que : $x \neq 8 \Rightarrow \frac{x+2}{x-3} \neq 2$ pour tout réel $x \neq 3$

1pts

2. Montrer que : $(\forall a \in \mathbb{R}^*) (\forall b \in \mathbb{R}^*): a \neq b \rightarrow \frac{a^2 + 7}{a^2 + 3} \neq \frac{b^2 + 7}{b^2 + 3}$

1.5pts

3. Montrer que : 5 divise $7^n - 2^n$ pour tout n de \mathbb{N}^*

1.5pts

4. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\sqrt{x-1} - 2\sqrt{y-4} = \frac{x+y}{2}$

2pts

5. Montrer que : $(\forall x \geq \frac{3}{2}): \sqrt{x+7} + \sqrt{2x-3} - 4 \leftrightarrow x = 2$

2pts

<p>6. Etablir que : $1+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ pour tout n de \mathbb{N}</p> <p>7. Montrer que : $(\forall y \in]1, +\infty[)(\exists x \in]2, +\infty[): \left(\sqrt{\frac{x}{x-2}} = y \right)$</p>	<p>2pts</p> <p>1.5pts</p>
<p>Exercice 3 (2 Points)</p> <p>On considère la fonction f définie par : $f(x) = x - \sqrt{x}$</p> <p>Montrer que : $x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$ pour tout x et y de $\left[\frac{1}{4}; +\infty \right[$</p>	<p>2pts</p>
<p>Exercice 4 (1.5 Points)</p> <p>On considère la fonction g définie par : $g(x) = x^2 - 2x\sqrt{x} + x - 4$</p> <p>Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^+): g(x) \geq -4$</p>	<p>1.5pts</p>

N.B: + 1pts pour l'organisation et la précision de la réponse

La logique est l'art de la démonstration

- ☛ Agir d'abord ; rectifier ensuite s'il y a lieu ; tout refaire s'il le faut, mais ne pas rester inactif dans l'attente du parfait.

Bon courage